

# **CAESAR II**

## **Modellierung von Kompensatoren**

**WITZENMANN**

## Allgemeines

Es gibt zwei Arten von Kompensatoren:

- unverankerte und
- verankerte Kompensatoren.

### Unverankerte Kompensatoren

Die unverankerten Kompensatoren (Axial- oder Universalkompensatoren) sind in der Lage Bewegungen und Verdrehungen in allen Richtungen aufzunehmen, außer wenn die Kompensatoren mit inneren Leitrohren ausgestattet sind. Durch die inneren Leitrohre wird die Beweglichkeit in Angular- oder Lateralrichtung eingeschränkt.

#### Achtung:

Beim Einsatz unverankerter Kompensatoren wird die Druckkraft  $F_p = A_e \cdot p$  freigesetzt. Die Druckkraft muss an beiden Enden der Rohrstrecke durch Festpunkte aufgefangen werden.

### Verankerte Kompensatoren

Die verankerten Kompensatoren (Angular- oder Lateralkompensatoren) nehmen abhängig von dem Typ entweder angulare oder laterale Bewegung auf. Beim Einsatz verankerter Kompensatoren wird die Druckkraft durch die Verankerung (Gelenkteile oder kugelgelagerte Zugstangen) über den Kompensator von einem Rohranschluss zum anderen geleitet. Festpunkte werden nicht zusätzlich durch die axiale Druckkraft belastet.

Bei Verwendung der verankerten Kompensatoren werden die Festpunkte nur durch die Verstellkraft des Gelenksystems und durch die Reibungskräfte zwischen Rohrleitung und Auflagern beansprucht.

Kräfte und Momente in Leitungssystemen mit eingebauten Kompensatoren werden gewöhnlich mit bewährten Computerprogrammen berechnet. Diese Programme sollten die Kompensatoren richtig beurteilen, d. h. ihr Funktionsverhalten im System sollte möglichst realistisch dargestellt werden.

Axial-Kompensatoren werden als Axialfedern betrachtet und Angular-/Lateral-Kompensatoren werden üblicherweise als eine Kombination von Gelenken und Drehfedern betrachtet.

Die folgende Beschreibung zeigt, wie die im Witzenmann-Handbuch angegebenen Federraten in die Steifigkeiten umgerechnet werden, die im Caesar II gefordert sind.

Im Caesar II Programm sind die Steifigkeiten im Element - Expansion Joint einzugeben:

### Axial-/ Universal-Kompensatoren

Für die Axial-/ Universal-Kompensatoren sind im Handbuch drei Federraten eingegeben:

- |            |             |          |                 |
|------------|-------------|----------|-----------------|
| – axiale   | $C_\delta$  | N / mm   | (Axial Stif.)   |
| – laterale | $C_\lambda$ | N / mm   | (Trans Stif.)   |
| – angulare | $C_\alpha$  | Nm / deg | (Bending Stif.) |

#### Witzenmann-Typen:

Axial-Kompensatoren mit Flanschen:	ABG, AFG, ABN und AFN
Axial-Kompensatoren mit Schweißenden:	ARG, und ARN
Universal-Kompensatoren mit Flanschen:	UBG, UFG, UBN und UFN
Universal-Kompensatoren mit Schweißenden:	URG, und URN

### Angular-Kompensatoren

Für die Angular-Kompensatoren sind im Handbuch eine Federrate und zwei Faktoren eingegeben:

- |                      |            |              |
|----------------------|------------|--------------|
| – angulare Federrate | $C_\alpha$ | Nm / deg     |
| – Druckfaktor        | $C_p$      | Nm / bar·deg |
| – Reibungsfaktor     | $C_r$      | Nm / bar     |

#### Witzenmann-Typen:

Angular-Kompensatoren mit Flanschen – einseitig beweglich:	WBN und WFN
Angular-Kompensatoren mit Flanschen – allseitig beweglich:	WBK und WFK
Angular-Kompensatoren mit Schweißenden – einseitig beweglich:	WBN und WFN
Angular-Kompensatoren mit Schweißenden – allseitig beweglich:	WBK und WFK

## Lateral-Kompensatoren

Für die Lateral-Kompensatoren sind im Handbuch eine Federrate und zwei Faktoren eingegeben:

– laterale Federrate	$c_{\lambda}$	N / mm
– Druckfaktor	$c_p$	N / bar·mm
– Reibungsfaktor	$c_r$	N / bar

### Witzenmann-Typen:

Lateral-Kompensatoren mit Rundanker: LBR, LFR und LRR

Lateral-Kompensatoren mit Flachanker – einseitig beweglich: LRN

Lateral-Kompensatoren mit Flachanker – allseitig beweglich: LRK

Die Torsionsfederrate  $c_T$  ist den neuen erweiterten Tabellen zu entnehmen.

In den Tabellen wurden auch zusätzliche Informationen angegeben, die für die Modellierung des Kompensators hilfreich sein können.

Die für die Berechnung benötigten Federraten stehen im Handbuch \*) .

\*) siehe **Expansion Joints Data for Pipe Stress Analysis Programs.pdf**

Die Beispiele zeigen, wie die Federraten für verankerte Kompensatoren umzurechnen sind.

## Unverankerte Kompensatoren

### Axial-/Universal-Kompensatoren

Eingabemaske - Kompensatoren:

The screenshot shows a software interface for inputting compensator data. On the left, a vertical sidebar contains tabs: 'Model Status', 'Allowable Stresses', 'Bends', and 'Dis'. The 'Allowable Stresses' tab is active. The main area contains five input fields with labels and values:

- Axial Stif: 5131.000
- Trans Stif: 27058.000
- Bending Stif: (empty)
- Torsion Stif: 10000.000
- Effective ID: 9.370

On the right, under the heading 'Federraten:', the following parameters are listed:

- $C_{\delta}$  – axial N/mm
- $C_{\lambda}$  – lateral N/mm
- $C_{\alpha}$  – angular Nm/deg
- $C_T$  – torsional kNm/deg

Blue arrows connect the input fields to their respective parameters:

- Axial Stif to  $C_{\delta}$
- Trans Stif to  $C_{\lambda}$
- Bending Stif to  $C_{\alpha}$
- Torsion Stif to  $C_T$
- Effective ID to  $D_{eff}$  (Effective ID)

Der mittlere Durchmesser  $D_{eff}$  (Effective ID) wird mittels des wirksamen Querschnitts  $A_e$  (effective Area) ermittelt.

$$D_{eff} = 20 \cdot \sqrt{\frac{A_e}{\pi}}$$

$D_{eff}$  in mm

$A_e$  in cm<sup>2</sup>

Wirksamer Querschnitt des Balges  $A_e$  ist den Tabellen zu entnehmen.

### „Null-Länge“-Kompensator

Bei der Modellierung eines „Null-Länge“-Kompensators können alle Steifigkeiten eingegeben werden. Das Programm arbeitet dann mit diesen Werten.

### Kompensator mit realer Länge

Bei der Modellierung eines Kompensators mit realer Länge muss entweder Trans Stif. oder Bending Stif. eingegeben werden.

Werden beide Werte eingegeben wird Bending Stif. vom Programm ignoriert.

**Beispiel:**

Witzenmann Typ: **ARN 10.0300.090.0**  
(siehe Tabelle: ARN PN 10)



Werte aus der Tabelle (Seite 77, pdf-Dokument)

$A_e = 935 \text{ cm}^2$	=>	Effective ID: $D_{eff} = 345 \text{ mm}$
Axiale Federrate:	$C_\delta =$	146 N/mm
Laterale Federrate :	$C_\lambda =$	1631 N/mm
Angulare Federrate:	$C_\alpha =$	38 Nm/deg
Torsionsfederrate:	$C_T =$	163 kNm/deg = 163000 Nm/deg

Druck :  $P = 10 \text{ bar}$

Eingabedaten:

**Expansion Joint - Dialog Box**

Axial Stiffness:	$C_\delta =$	146	N/mm
Transverse Stiffness:	$C_\lambda =$	1631	N/mm
Torsion stiffness:	$C_T =$	163000	Nm/deg
Effective ID:	$D_{eff} =$	345	mm

## Verankerte Kompensatoren

Die verankerten Kompensatoren können sich nur in der von der Verankerung vorgegebenen Richtung bewegen. Die Steifigkeit des Kompensators ist nicht nur durch die Federrate des Balges aber auch durch die Verankerung und den Druck bestimmt. Die Berechnung des Systems wird iterativ durchgeführt. Die Ermittlung der Steifigkeit des Kompensators wird in nachfolgenden Beispielen erläutert.

## Angular-Kompensatoren

Ein Angular-Kompensator (Einfach- oder Kardangelenk) kann als ein „Null-Länge“-Kompensator modelliert werden. In diesem Fall wird im Feld Bending Stif. eine umgerechnete Federrate eingegeben. Um die Beweglichkeit in axialer und lateraler Richtung zu sperren, sind die Felder Axial Stif. und Trans Stif. mit Werten von  $10^8$  zu belegen.

Im Feld Torsion Stif. wird der Wert  $c_T$  aus den Tabellen eingegeben.

Die effective ID wird mittels  $A_e$  ermittelt.

Für Kardangelenk-Kompensatoren ist die Verdrehung um zwei Achsen möglich. Für Einfachgelenk-Kompensatoren ist die Verdrehung um eine Achse zu sperren.

Eingabemaske - Kompensatoren:

The screenshot shows a software interface for inputting compensator parameters. On the left, there is a vertical sidebar with tabs: 'Model Status', 'Allowable Stresses', 'Bends', and 'Displacements'. The 'Allowable Stresses' tab is selected. The main area contains several input fields with labels and values:

Parameter	Value
Axial Stif.	5131.000
Trans Stif.	27058.000
Bending Stif.	
Torsion Stif.	10000.000
Effective ID:	9.370

To the right of the 'Bending Stif.' field, there is a blue arrow pointing to it. Next to the arrow, the text 'Federraten: angular Nm/deg' is displayed.

### Achtung:

Für die Modellierung mit realen Längen müssen die angular Federrate  $c_\alpha$  und der Druckfaktor  $c_p$  (Tabelle) mit 4 multipliziert werden.

## Beispiel

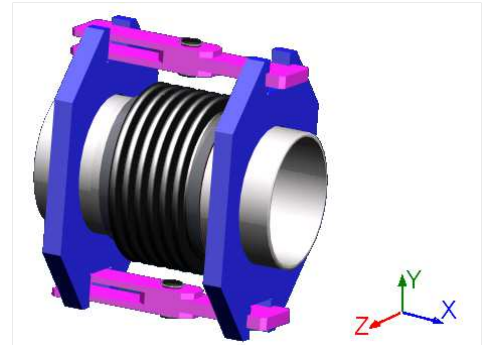
Witzenmann Typ: **WRN 16.0200.220.0**  
(siehe Tabelle: WRN PN 16)

Verdrehung um die Y-Achse möglich.  
Verdrehung um die Z-Achse sperren.

Werte aus der Tabelle (Seite 147, pdf-Dokument):

$A_e = 441 \text{ cm}^2$

Effective ID:  $D_{eff} = 237 \text{ mm}$



Angulare Federrate:	$C_\alpha$	=	38	Nm/deg	
Druckfaktor :	$C_P$	=	1,2	Nm/bar·deg	
Reibungsfaktor :	$C_r$	=	7,9	Nm/bar	
Torsionsfederrate:	$C_T$	=	96	kNm/deg	= 96000 Nm/deg

### Eingabedaten:

Axial stiffness:	=	10e8 N/mm	(axiale Richtung gesperrt)
Transverse stiffness:	=	10e8 N/mm	(laterale Richtung gesperrt)
Bending stiffness:	=	siehe Eingabedaten, Feld Bending Stiff.	
Torsion stiffness:	=	96000 Nm/deg	

Druck:  $p = 10 \text{ bar}$

### Eingabedaten, Feld Bending Stiff. - iterative Berechnung:

Startwert: Steifigkeit

$$C_0 = C_\alpha + p \cdot C_P = 38 + 10 \cdot 1,2 = 50 \text{ Nm/deg}$$

Ergebnis:  $\theta_0 = 5 \text{ deg}$

1. Schritt: Steifigkeit

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_0 = 50 + 7,9 \cdot 10 / 5 = 50 + 15,8 = 65,8 \text{ Nm/deg}$$

Ergebnis:  $\theta_1 = 4,2 \text{ deg}$

2. Schritt: Steifigkeit

$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_1 = 50 + 7,9 \cdot 10 / 4,2 = 50 + 18,8 = 68,8 \text{ Nm/deg}$$

Ergebnis:  $\theta_2 = 4 \text{ deg}$

Nach dem zweiten Iterationsschritt ist normalerweise die Genauigkeit der Berechnung ausreichend



## Lateral-Kompensatoren

### Lateral-Kompensatoren mit Flachanker – Typen LRN oder LRK

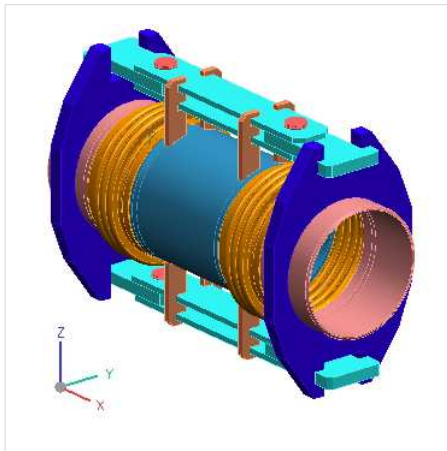
Die Lateral-Kompensatoren können als zwei Angular-Kompensatoren (WRN) mit Balgmittenabstand von  $l^*$  modelliert werden. Siehe Fall Angular Kompensatoren.

In dem Falle wird im Feld Bending Stif. eine umgerechnete Federrate eingegeben.

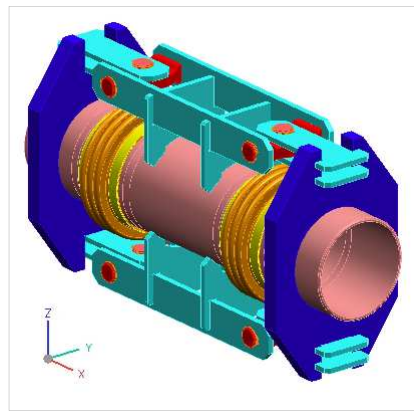
Der Eingabefeld Axial Stif. ist mit Wert von  $10^8$  zu belegen – Sperrung der axialen Richtung.

Im Feld Torsion Stif. wird der Wert  $c_T$  aus den Tabellen eingegeben.

Effective ID wird mittels  $A_e$  ermittelt.



Typ LRN. Laterale Bewegung in Richtung Y-Achse möglich. Verdrehung um die Z-Achse möglich.



Typ LRK. Laterale Bewegung in Richtung Y und Z-Achse möglich. Verdrehung um die Z-Achse möglich.

Die Steifigkeiten für den Einzelbalg (Angular-Balg) sind den LRN/LRK Tabellen zu entnehmen, Spalten „Spring rates at 20°C per one bellows“.

## Beispiel

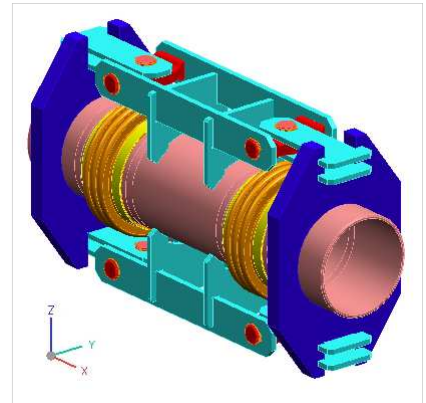
Witzenmann Typ: **LRK 25.0400.203.0**  
(siehe Tabelle: LRK PN 25)

Verdrehung um die Z-Achse möglich.  
Verdrehung um die Y-Achse sperren.

Werte aus der Tabelle (Seite 283, pdf-Dokument):

$$A_e = 1473 \text{ cm}^2$$

$$\text{Effective ID: } D_{\text{eff}} = 433 \text{ mm}$$



Angulare Federrate:	$C_\alpha$	=	528	Nm/deg	
Druckfaktor :	$C_P$	=	6,4	Nm/bar·deg	
Reibungsfaktor :	$C_r$	=	35	Nm/bar	
Torsionsfederrate:	$C_T$	=	657	kNm/deg	= 657000 Nm/deg

### Eingabedaten:

Axial stiffness:	=	10e8	N/mm	(axiale Richtung gesperrt)
Transverse stiffness:	=	10e8	N/mm	
Bending stiffness:	=	siehe	Eingabedaten	
Torsion stiffness:	=	657000	Nm/deg	

Druck:  $p = 20 \text{ bar}$

Eingabedaten, Feld Bending Stiff. - iterative Berechnung:

Startwert: Steifigkeit

$$C_0 = C_\alpha + p \cdot C_P = 528 + 20 \cdot 6,4 = 656 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Ergebnis: } \theta_0 = 2 \text{ deg}$$

1. Schritt: Steifigkeit

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_0 = 656 + 35 \cdot 20 / 2 = 656 + 350 = 1006 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Ergebnis: } \theta_1 = 1,4 \text{ deg}$$

2. Schritt: Steifigkeit

$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_1 = 656 + 35 \cdot 20 / 1,4 = 656 + 500 = 1156 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Ergebnis: } \theta_2 = 1,3 \text{ deg}$$

Nach dem zweiten Iterationsschritt ist normalerweise die Genauigkeit der Berechnung ausreichend

## Lateral-Kompensatoren mit Rundanker – Typen LBR, LFR und LRR

Lateral-Kompensatoren mit Rundanker nehmen nur die laterale Verschiebung auf. Abhängig von der Anzahl der Anker ist auch eine Verdrehung am Ende des Kompensators möglich (siehe Fallunterscheidung). Der Kompensator wird als „simple Model“ modelliert. Die laterale Steifigkeit wird iterativ ermittelt.

Um die Beweglichkeit in axialer Richtung zu sperren ist die axiale Steifigkeit von  $10^8$  N/mm einzugeben oder ist ein „single rigid element“ entlang der Balgachse mit Null Gewicht und Einschränkung der Verdrehung (um eine oder zwei Achsen) zu modellieren.

### Balgdaten

The screenshot shows a dialog box titled "Expansion Joints" with the following fields and values:

Parameter	Value
Axial Stif:	6350.000
Trans Stif:	3250.000
Bending Stif:	
Torsion Stif:	999999995
Effective ID:	9.280

To the right of the dialog box, the text "Federrate:" is followed by "lateral N/mm". A blue arrow points from the "Trans Stif:" field to the word "lateral".

**Beispiel**

Witzenmann Typ: **LRR 10.0400.200.0**  
(siehe Tabelle: LRR PN 10)

Werte aus der Tabelle (Seite 235, pdf-Dokument):

$$A_e = 1466 \text{ cm}^2$$

$$\text{Effective ID: } D_{\text{eff}} = 432 \text{ mm}$$

Laterale Federrate:	$C_\lambda$	=	40	N/mm	
Druckfaktor	:	$C_P$	=	0	N/bar·mm
Reibungsfaktor	:	$C_r$	=	133	N/bar
Torsionsfederrate:	$C_T$	=	282	kNm/deg	= 282000 Nm/deg

**Eingabedaten:**

Axial stiffness:	=	10e8	N/mm	(axiale Richtung gesperrt)
Transverse stiffness:	=	siehe Eingabedaten, Feld Trans Stiff.		
Bending stiffness:	=	leer		
Torsion stiffness:	=	282000	Nm/deg	

$$\text{Druck: } p = 10 \text{ bar}$$

Eingabedaten, Feld Trans Stiff. - iterative Berechnung:

Startwert: Steifigkeit

$$C_0 = C_\lambda + p \cdot C_P = 40 + 10 \cdot 0 = 40 \text{ N/mm}$$

$$\text{Ergebnis: } \lambda_0 = 70 \text{ mm}$$

1. Schritt: Steifigkeit

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \lambda_0 = 40 + 133 \cdot 10 / 70 = 40 + 19 = 59 \text{ N/mm}$$

$$\text{Ergebnis: } \lambda_1 = 55 \text{ mm}$$

2. Schritt: Steifigkeit

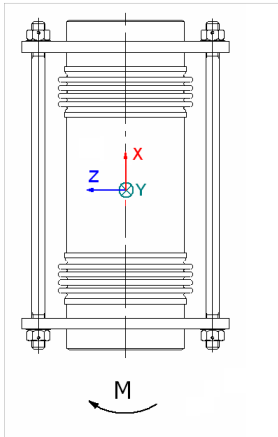
$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \lambda_1 = 40 + 133 \cdot 10 / 55 = 50 + 24,2 = 74,2 \text{ N/mm}$$

$$\text{Ergebnis: } \lambda_2 = 50 \text{ mm}$$

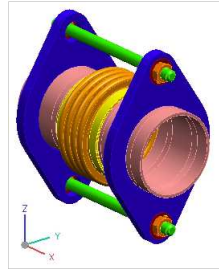
Nach dem zweiten Iterationsschritt ist normalerweise die Genauigkeit der Berechnung ausreichend

## Fallunterscheidung

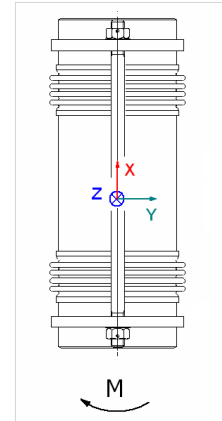
### Kompensator mit zwei Rundanker



Bending Stif. um Y-Achse gesperrt

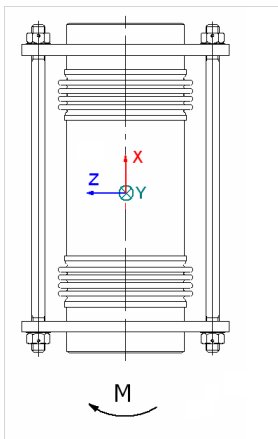


Darstellung um 90° gedreht =>

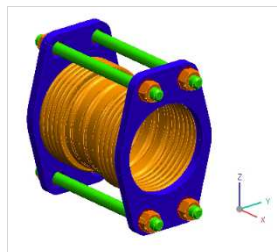


Bending Stif. um Z-Achse frei

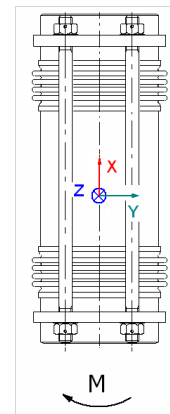
### Kompensator mit vier Rundanker



Bending Stif. um Y-Achse gesperrt



Darstellung um 90° gedreht =>



Bending Stif. um Z-Achse gesperrt

Die Sperrung erfolgt durch ein gewichtsloses Rigid-Element über die Länge des Kompensators mit CNODE am Ende.

**Sonderfälle:**

Bei der Modellierung von Kompensatoren, die nicht von den oben beschriebenen Fällen abgedeckt werden, nehmen Sie bitte Kontakt mit Witzenmann auf.

# **CAESAR II**

## **Modelling of expansion joints**

**WITZENMANN**

## General

There are two types of expansion joints:

- untied expansion joints
- tied expansion joints

### Untied expansion joints

The untied expansion joints (axial expansion joints or universal expansion joints) are able to carry out movements and torsions in every direction. This is not the case if the expansion joints are equipped with internal sleeves. The internal sleeves restrain the flexibility both in angular and lateral direction.

#### Caution:

When using the untied expansion joints the pressure  $F_p = A_e \cdot p$  is released. The pressure has to be absorbed at both ends of the pipe by the main anchors.

### Tied expansion joints

The tied expansion joints (angular expansion joints or lateral expansion joints) are able to carry out either angular or lateral movements. The type of movement depends on the type of the expansion joint. The bellows carries out an angular movement. When using the tied expansion joints the pressure is led through the anchor (hinge or ball-bearing connecting rod) via the expansion joint from one pipe connection to the other pipe connection. Main anchors are not additionally stressed by the axial pressure thrust.

When using the tied expansion joints the main anchors are only stressed by the adjusting force of the hinge system and by the friction forces between the pipes and the supports.

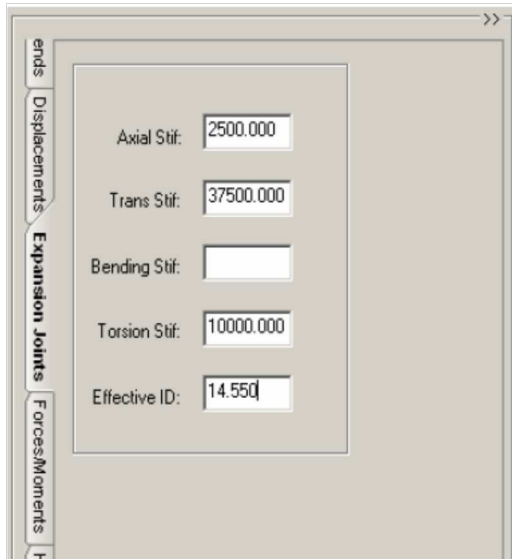
Forces and moments in pipe systems with expansion joints are usually calculated with proven and tested software. These software should judge the expansion joints correctly, this means, their mode of operation within the system should be described as realistically as possible.

Axial expansion joints are regarded as axial springs. Angular and lateral expansion joints are usually regarded as a combination of hinges and rotation springs.



Below you will find a description how to convert the spring rates, that are listed in the Witzenmann Manual, into the several stiffness's that are required by Caesar II.

In Caesar II the stiffness's are to be entered in the Expansion Joint dialogue.



### **Axial-/Universal Expansion Joints**

For the axial and universal expansion joints you will find three spring rates in the manual:

- axial  $C_\delta$  N / mm
- lateral  $C_\lambda$  N / mm
- angular  $C_\alpha$  Nm / deg

#### Witzenmann types of axial and universal expansion joints.

Axial expansion joints with flanges:	ABG, AFG, ABN and AFN
Axial expansion joints with weld ends:	ARG and ARN
Universal expansion joints with flanges:	UBG, UFG, UBN and UFN
Universal expansion joints with weld ends:	URG and URN

### **Angular expansion joints**

For the angular expansion joints you will find one spring rate and two parameters in the manual:

- angular spring rate  $C_\alpha$  Nm / deg
- pressure factor  $C_p$  Nm / bar·deg
- friction factor  $C_r$  Nm / bar

#### Witzenmann types of angular expansion joints.

Angular expansion joints with flanges	– Single hinge version	WBN and WFN
	– Gimbal hinge version:	WBK and WFK
Angular expansion joints with weld ends	– Single hinge version:	WRN
	– Gimbal hinge version:	WRK

**Lateral expansion joints**

For the lateral expansion joints you will find one spring rate and two parameters in the manual:

– lateral spring rate	$c_\lambda$	N / mm
– pressure	$c_p$	N / bar·mm
– friction	$c_r$	N / bar

**Witzenmann-Typen:**

Lateral expansion joints with tie rods for movement in one plane: LRN

Lateral expansion joints with tie rods for movement in all planes: LBR, LFR, LRR and LRK

You will find the torsion spring rate  $c_T$  in the new extended tables. The tables also contain additional information that may be useful for the modelling of the expansion joint.

You will find the spring rates that you need for the conversion in the manual \*).

\*) see **Expansion Joints Data for Pipe Stress Analysis Programs.pdf**

## Untied expansion joints

### Axial-/universal expansion joints

Input mask – expansion joints:

Spring rates:

- $C_{\delta}$  – axial N/mm
- $C_{\lambda}$  – lateral N/mm
- $C_{\alpha}$  – angular Nm/deg
- $C_{\tau}$  – torsional kNm/deg
- $D_{\text{eff}}$  – Effective ID

The mean diameter  $D_{\text{eff}}$  (Effective ID) is determined by means of the effective area  $A_e$ .

$$D_{\text{eff}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{A_e}{\pi}}$$

$D_{\text{eff}}$  in mm

$A_e$  in  $\text{cm}^2$

You will find the effective area of the bellows  $A_e$  in the tables.

### Zero length expansion joints

When modelling a zero length expansion joint you are able to enter all stiffnesses. The software uses the entered values.

### Finite length expansion joints

When modelling finite length expansion joints you need to enter either a value in the Trans Stif field or in the the Bending Stif field.

If you enter both values, the Bending Stiff value will be ignored by the software.

**Example:**

Witzenmann Type: **ARN 10.0300.090.0**  
 (see table: ARN PN 10)



Values are taken from the table (p. 77, pdf-file)

$A_e = 935 \text{ cm}^2$	$\Rightarrow$	Effective ID: $D_{\text{eff}} = 345 \text{ mm}$
Axial spring rate:	$C_\delta =$	146 N/mm
Lateral spring rate :	$C_\lambda =$	1631 N/mm
Angular spring rate :	$C_\alpha =$	38 Nm/deg
Torsion spring rate: $c_T$	$=$	163 kNm/deg = 163000 Nm/deg

Pressure:  $P = 10 \text{ bar}$

Input data:

**Expansion Joint - Dialogue Box**

Axial Stiffness:	$C_\delta =$	146	N/mm
Transverse Stiffness:	$C_\lambda =$	1631	N/mm
Torsion stiffness:	$c_T =$	163000	Nm/deg
Effective ID:	$D_{\text{eff}} =$	345	mm

## Tied expansion joints

The tied expansion joints are only able to carry out movements in the direction that is given by the anchoring. The stiffness of the expansion joint is not only determined by the spring rate of the bellows but also by the anchoring and the pressure. The calculation of the system is carried out iterative. The determination of the stiffness of the expansion joint is described in the following example:

## Angular expansion joints

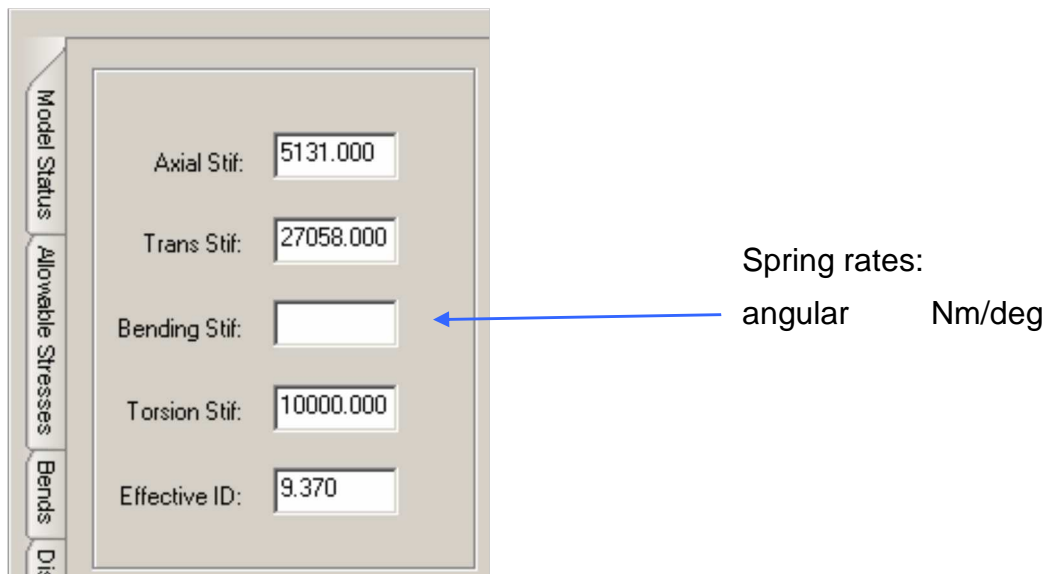
The angular expansion joint (hinged expansion joint or gimbal expansion joint) is able to be modelled as a zero length expansion joint. In this case you have to enter in the field „Bending Stif“ a spring rate that has been converted. The fields „Axial Stif“ and „Trans Stif“ have to be filled with values of  $10^8$ , this means that the axial and lateral direction will be disabled.

The field „Torsion Stif“ has to be filled with the value  $c_T$ , that you will find in the tables.

The effective ID is determined by means of  $A_e$ .

Gimbal expansion joints are able to carry out torsions around two axes. For hinged expansion joints the torsion around one axis has to be disabled.

Input mask – expansion joints:



The screenshot shows a software interface for configuring expansion joints. On the left, there is a vertical sidebar with tabs labeled 'Model Status', 'Allowable Stresses', 'Bends', and 'Dis'. The main area contains five input fields with labels to their left: 'Axial Stif' (value: 5131.000), 'Trans Stif' (value: 27058.000), 'Bending Stif' (empty), 'Torsion Stif' (value: 10000.000), and 'Effective ID' (value: 9.370). A blue arrow points from the text 'Spring rates: angular Nm/deg' to the 'Bending Stif' input field.

### Caution:

In order to model with finite lengths, you have to multiply the angular spring rate  $c_\alpha$  and the pressure factor  $c_p$  (table) by 4.

## Example

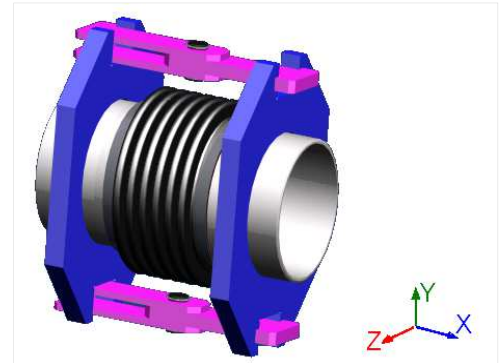
Witzenmann Type: **WRN 16.0200.220.0**  
(see table: WRN PN 16)

Torsion around the y-axis is possible  
Torsion around the z-axis has to be disabled.

Values taken from the table (p. 147, pdf-file)

$$A_e = 441 \text{ cm}^2$$

$$\text{Effective ID: } D_{\text{eff}} = 237 \text{ mm}$$



Angular spring rate :	$C_\alpha$	=	38	Nm/deg	
Pressure :	$C_P$	=	1,2	Nm/bar·deg	
Friction :	$C_r$	=	7,9	Nm/bar	
Torsion spring rate :	$C_T$	=	96	kNm/deg	= 96000 Nm/deg

Input data:

Axial stiffness:	=	10e8 N/mm	(axial direction is disabled)
Transverse stiffness:	=	10e8 N/mm	(lateral direction is disabled)
Bending stiffness:	=	see input data, Feld Bending Stiff.	
Torsion stiffness:	=	96000 Nm/deg	

Pressure:  $p = 10 \text{ bar}$

Input data, Feld Bending Stiff. - iterative calculation:

Initial value: Stiffness

$$C_0 = C_\alpha + p \cdot C_P = 38 + 10 \cdot 1,2 = 50 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_0 = 5 \text{ deg}$$

1. Step: Stiffness

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_0 = 50 + 7,9 \cdot 10 / 5 = 50 + 15,8 = 65,8 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_1 = 4,2 \text{ deg}$$

2. Step: Stiffness

$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_1 = 50 + 7,9 \cdot 10 / 4,2 = 50 + 18,8 = 68,8 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_2 = 4 \text{ deg}$$

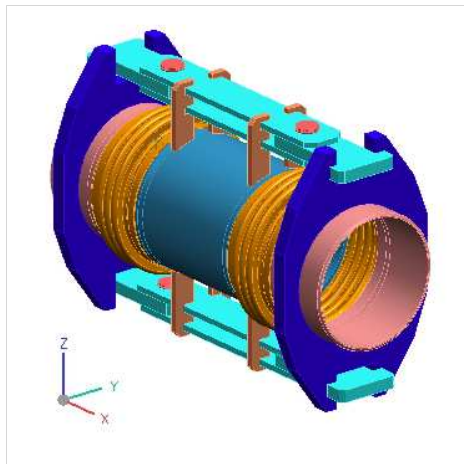
After the second iterative step the results of the calculation are accurate enough.

## Lateral Expansion Joints

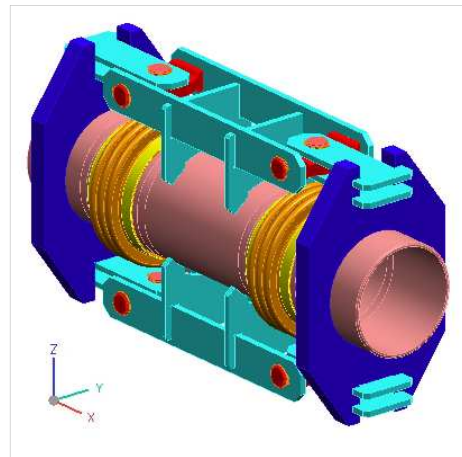
### Lateral Expansion Joints with anchor - Type LRN or LRK

The lateral expansion joints can be modelled as two angular expansion joints (WRN) with  $l^*$ , that is the mean distance of the bellows. See angular expansion joints.

In this case you have to enter in the field „Bending Stif“ a spring rate that has been converted. The fields „Axial Stif“ and „Trans Stif“ have to be filled with values of  $10^8$  - The field „Torsion Stif“ has to be filled with the value  $c_T$ , that you will find in the tables. The effective ID is determined by means of  $A_e$ .



Type LRN.  
Lateral movement on the y-axis  
is possible  
Rotation around the z-axis is possible



Type LRK.  
Lateral movement on the y- and z-axis  
is possible.  
Rotation around the z-axis is possible

You will find the values of the stiffness for a single bellows (angular bellows) in the LRN/LRK tables, in the row „spring rates at 20°C per one bellows“.

## Example

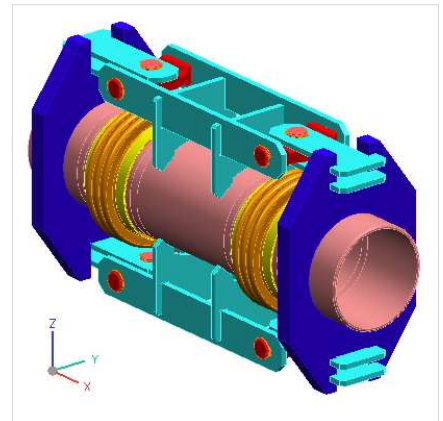
Witzenmann Type: **LRK 25.0400.203.0**  
(see table: LRK PN 25)

Torsion around the z-axis is possible  
Torsion around the y-axis has to be disabled.

Values are taken from the table (p. 283, pdf-file):

$$A_e = 1473 \text{ cm}^2$$

$$\text{Effective ID: } D_{\text{eff}} = 433 \text{ mm}$$



Angular spring rate:	$C_\alpha$	=	528	Nm/deg	
Pressure factor:	$C_P$	=	6,4	Nm/bar·deg	
Friction factor:	$C_r$	=	35	Nm/bar	
Torsion spring rate:	$C_T$	=	657	kNm/deg	= 657000 Nm/deg

### Input data:

Axial stiffness:	=	10e8	N/mm	(axial direction disabled)
Transverse stiffness:	=	10e8	N/mm	(lateral direction disabled)
Bending stiffness:	=	see input data		
Torsion stiffness:	=	657000	Nm/deg	

Pressure:  $p = 20 \text{ bar}$

Input data – Field „Bending Stiff“ - iterative calculation

Initial value: Stiffness

$$C_0 = C_\alpha + p \cdot C_P = 528 + 20 \cdot 6,4 = 656 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_0 = 2 \text{ deg}$$

1. Step: Stiffness

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_0 = 656 + 35 \cdot 20 / 2 = 656 + 350 = 1006 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_1 = 1,4 \text{ deg}$$

2. Step: Stiffness

$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \theta_1 = 656 + 35 \cdot 20 / 1,4 = 656 + 500 = 1156 \text{ Nm/deg}$$

$$\text{Result: } \theta_2 = 1,3 \text{ deg}$$

After the second iterative step the results of the calculation are accurate enough.

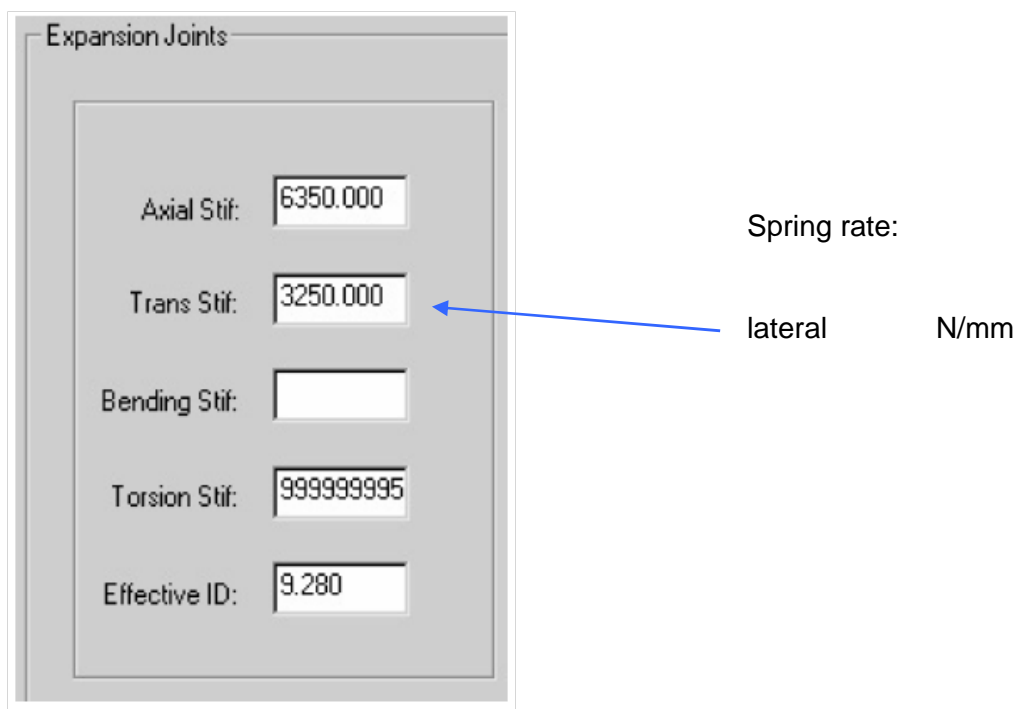


## Lateral Expansion Joints with tie rods - Types LBR, LFR and LRR

Lateral expansion joints with tie rods are only able to carry out lateral movement. A torsion at the end of the expansion joint is also possible. Whether a torsion is possible depends on the number of tie rods (see distinction of cases below). The expansion joint is modelled as „a simple model“. The lateral stiffness is determined iteratively.

In order to disable the movement in axial direction, you have to input the axial stiffness of  $10^8$  N/mm or you have to model a „single rigid element“ along the axis of the bellows with a zero-weight and with constraint torsions (around one axis or two axes).

### Data of the bellows



Expansion Joints

Axial Stif:	6350.000
Trans Stif:	3250.000
Bending Stif:	
Torsion Stif:	999999995
Effective ID:	9.280

Spring rate:

lateral N/mm

## Example

Witzenmann Type: **LRR 10.0400.200.0**  
(see table: LRR PN 10)

Values are taken from the table (p. 235, pdf-file):

$A_e = 1466 \text{ cm}^2$

Effective ID:  $D_{eff} = 432 \text{ mm}$

Lateral spring rate:	$C_\lambda$	=	40	N/mm	
Pressure factor:	$C_P$	=	0	N/bar·mm	
Friction factor:	$C_r$	=	133	N/bar	
Torsion spring factor:	$C_T$	=	282	kNm/deg	= 282000 Nm/deg

### Input data:

Axial stiffness:	=	10e8 N/mm	(axial direction disabled)
Transverse stiffness:	=	see input data, Feld Trans Stiff.	
Bending stiffness:	=	empty	
Torsion stiffness:	=	282000	Nm/deg

Pressure:  $p = 10 \text{ bar}$

Input data, Feld Trans Stiff. - iterative calculation:

Initial value: Stiffness

$$C_0 = C_\lambda + p \cdot C_P = 40 + 10 \cdot 0 = 40 \text{ N/mm}$$

$$\text{Result: } \lambda_0 = 70 \text{ mm}$$

1. Step: Stiffness

$$C_1 = C_0 + C_r \cdot p / \lambda_0 = 40 + 133 \cdot 10 / 70 = 40 + 19 = 59 \text{ N/mm}$$

$$\text{Result: } \lambda_1 = 55 \text{ mm}$$

2. Step: Stiffness

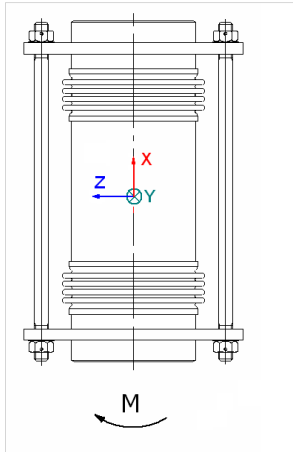
$$C_2 = C_0 + C_r \cdot p / \lambda_1 = 40 + 133 \cdot 10 / 55 = 50 + 24,2 = 74,2 \text{ N/mm}$$

$$\text{Result: } \lambda_2 = 50 \text{ mm}$$

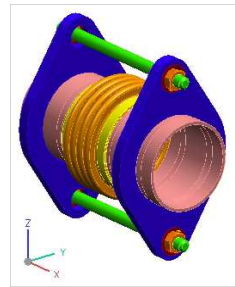
After the second iterative step the results of the calculation are accurate enough.

## Distinction of cases

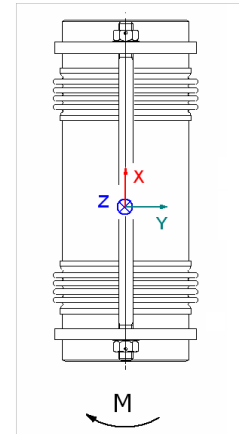
### Expansion joint with two tie rods



Bending Stif. around the Y-axis is disabled

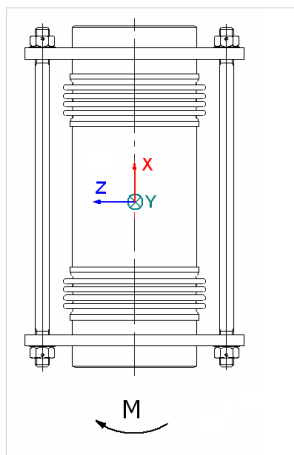


View rotated 90° =>

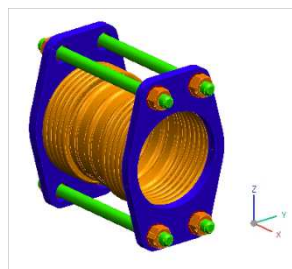


Bending Stif. around the Z-axis is possible

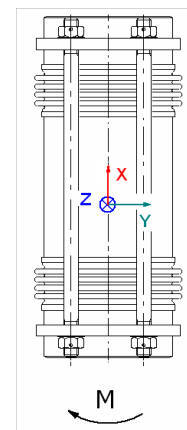
### Expansion joint with four tie rods



Bending Stif. around the Y-axis is disabled



View rotated 90° =>



Bending Stif. around the Z-axis is disabled

The blocking is done by a weightless rigid element with the finite length of the expansion joint with CNODE at the end.

**Special cases:**

When modelling expansion joints that does not fulfil the criteria described above, please contact Witzenmann:

Email address: [expj@witzenmann.com](mailto:expj@witzenmann.com)

## Symbols and description

acc. to Expansion Joint Manual (Witzenmann)

### Spring rates (Federraten):

– axial	$c_{\delta}$	N / mm
– lateral	$c_{\lambda}$	N / mm
– angular	$c_{\alpha}$	Nm / deg
– torsional	$c_T$	kNm / deg

### Friction factors (Reibungsfaktor):

– lateral	$c_r$	N / bar
– angular	$c_r$	Nm / bar

### Pressure factors (Druckfaktor):

– lateral	$c_p$	N / (bar·mm)
– angular	$c_p$	Nm / (bar·deg)

$A_e$  - effective Area     $\text{cm}^2$